



ANREGUNGEN ZUR SCHUL- UND UNTERRICHTSENTWICKLUNG 3/2016

VERGLEICH SARBEIT MATHEMATIK SCHULJAHRGANG 8 – AUSWERTUNGSBERICHT TESTHEFT 1

Schuljahr 2015/2016

Grundschule
Sekundarschule
Gemeinschaftsschule
Gesamtschule
Gymnasium
Fachgymnasium
Förderschule
Berufsbildende Schule

ALLGEMEINES

Die unter der Federführung des Instituts zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) an der Humboldt-Universität zu Berlin in den Vergleichsarbeiten des 8. Schuljahrganges (VERA-8) im Fach Mathematik eingesetzten kompetenzorientierten Aufgaben werden auf der Grundlage der länderübergreifenden Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss (Beschluss der KMK vom 4.12.2003) entwickelt.

In Ergänzung zu den unterrichtspraktisch-professionellen Erfahrungen geben die mit diesem Auswertungsbericht vorliegenden Landesergebnisse Ansätze für die Unterrichtsentwicklung, in dem die Lehrkräfte die Leistungsfähigkeit ihrer Schülerinnen und Schüler über ihre Klasse und Schule sowie des Lehrplans hinaus beurteilen können.



In Sachsen-Anhalt wurde VERA-8 im Schuljahr 2015/2016 im Fach Mathematik durchgeführt. Das IQB erstellte dafür zwei Testhefte mit unterschiedlicher Gesamtschwierigkeit. An den Gesamtschulen, Förderschulen und Sekundarschulen des Landes kam das Testheft 1 zum Einsatz. Die Arbeitszeit betrug 90 Minuten (10 Minuten Vorbereitung, 80 Minuten Testzeit) und zugelassene Hilfsmittel waren Zeichengeräte (Zirkel, Geodreieck) und Taschenrechner.

Die Landesergebnisse helfen dabei, die in der Schule erreichten Ergebnisse einzuordnen, auszuwerten und zu interpretieren. Die Analyse sollte im Rahmen der Fachschaftsarbeit erfolgen. Als Schlussfolgerung sind Festlegungen von Zielen und Maßnahmen zur Gestaltung von Mathematikunterricht denkbar, z. B. gemeinsames Erarbeiten von Übungsmaterialien oder Aufgaben für Tägliche Übungen. (vgl. <http://tinyurl.com/gu7jm9m>)

Die Testdurchführung und -auswertung erfolgte durch die jeweils unterrichtende Lehrkraft. Für die Auswertung wurde auf dem Bildungsserver eine Erfassungshilfe in Form einer Excel-Tabelle bereitgestellt. Die Aufnahme der schulbezogenen aggregierten Ergebnisse erfolgte in einem Online-Verfahren. Grundlage für die vorliegenden Ergebnisübersichten sind die Ergebnisse von 7.517 Schülerinnen und Schülern aus 186 Schulen.

Die eingesetzten Testhefte liegen den Schulen als Druckexemplare vor und die darin enthaltenen Aufgaben bilden die Grundlage für die nachfolgenden Analysen.

Impressum

Herausgeber: Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (LISA)

Autor: Thomas Gyöngyösi

Foto: © Kzenon – Fotolia.com

© ⓘ ⓘ Sie dürfen das Material weiterverbreiten, bearbeiten, verändern und erweitern. Sie müssen den Urheber nennen und kennzeichnen, welche Änderungen sie vorgenommen haben. Sie müssen das Material und Veränderungen unter den gleichen Lizenzbedingungen weitergeben. Die Rechte für Fotos, Abbildungen und Zitate für Quellen Dritter bleiben bei den jeweiligen Rechteinhabern.

Alle bisher erschienenen Informationsblätter finden Sie auch auf dem Bildungsserver Sachsen-Anhalt unter: www.bildung-lsa.de/lisa-kurz-texte

ERGEBNISSE IM ÜBERBLICK

In der beigefügten Tabelle 1 sind die aufgabenbezogenen Ergebnisse im Überblick nach Inhaltsbereichen geordnet dargestellt. Dabei beziehen sich die verwendeten Symbole für die allgemeinen und inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen auf das Kompetenzmodell für den Mathematikunterricht in Sachsen-Anhalt. (vgl. <http://tinyurl.com/juuxww4>)

Aus der Tabelle 1 ist zu entnehmen, dass jede Aufgabe die drei Dimensionen des Kompetenzmodells für den Mathematikunterricht in Sachsen-Anhalt abbildet (allgemeine und inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen sowie die vom IQB auf der Grundlage der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss vorgegebenen Anforderungsbereiche). Außerdem sind die durchschnittlich erreichten Erfüllungsprozentsätze (Landesmittelwerte) angegeben.

Zunächst kann konstatiert werden, dass hinsichtlich der allgemeinen und inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen eine repräsentative Aufgabenmenge vorliegt, obgleich die Anzahl der Aufgaben im Inhaltsbereich „Zahlen und Größen“ größer ist. Außerdem lassen sich jedem der vier Inhaltsbereiche mindestens drei von vier allgemeinen mathematischen Kompetenzen zuordnen.

Der Tabelle ist ferner zu entnehmen, dass alle Anforderungsbereiche ausgewogen auf die vier Inhaltsbereiche verteilt sind und die Erfüllungsprozentsätze zwischen 11 % (Aufgabe 5.3) und 95 % (Aufgabe 19) streuen. Der Anforderungsbereich I geht jedoch nicht per se mit einem hohen Erfüllungsprozentsatz einher, sondern vielmehr sind niedrige und hohe Erfüllungsprozentsätze in allen Anforderungsbereichen zu finden, wie am Beispiel der Aufgaben 19 und 28 gezeigt werden soll.

Beide Aufgaben sind im Anforderungsbereich I zu verorten, da nur eine Standarddarstellung mathematischer Objekte

Die Abbildungen 1 bis 4 und die Tabelle 1 finden Sie im Ergänzungsblatt sowie online unter: <http://www.bildung-lsa.de/lisa-kurz-texte>



(hier: Punkte in einem Koordinatensystem) genutzt beziehungsweise eine einfache mathematische Aufgabenstellung durch die Identifikation einer naheliegenden Strategie (Vergleich der Länge mit der Schulterhöhe) gelöst wird. Jedoch unterscheiden sich die Aufgaben sehr deutlich hinsichtlich ihres Erfüllungsprozentsatzes: Beträgt dieser bei Aufgabe 19 95 %, so liegt der Landesmittelwert von Aufgabe 28 bei 21 %. Ein Grund dafür ist, dass die Aufgaben durch eine unterschiedliche Schwierigkeit charakterisiert sind: Schülerinnen und Schüler müssen zur Bewältigung der Aufgabe 19 eine geometrische Figur im Koordinatensystem darstellen. Sie nutzen zur Konstruktion eines fehlenden Punktes die geometrischen Eigenschaften von Quadraten. Zur Lösung der Aufgabe 28 wird zwischen einer Realsituation und mathematischen Begriffen bzw. Resultaten hin- und hergewechselt. Insofern müssen die Schülerinnen und Schüler in der Lage sein, die Größe des Nashorns durch geeignete Modellierung zu bestimmen und den Lösungsweg auch schriftlich darzustellen.

Demnach ist die Schwierigkeit der Aufgabe 28 höher als in Aufgabe 19, obgleich der Anforderungsbereich gleich ist. Damit wird deutlich, dass die Begriffe Anforderungsbereich und Schwierigkeit voneinander zu trennen sind, da der Anforderungsbereich den kognitiven Anspruch kompetenzbezogener mathematischer Tätigkeiten beschreibt. Es sind aber auch Aufgaben zu finden, in denen sich die Schwierigkeit im Anforderungsbereich widerspiegelt (z. B. Aufgabe 15.3).

Der Begriff Anforderungsbereich umfasst den einer Aufgabe innewohnenden kognitiven Anspruch von kompetenzbezogenen mathematischen Aktivitäten, die beim Lösen in unterschiedlicher Ausprägung benötigt werden. /1/

Die in Tabelle 1 dargestellten Landesmittelwerte geben eine erste Orientierung zur Einordnung der in der eigenen Klasse oder Schule erreichten Ergebnisse. Vertiefende Informationen bieten die in den Abbildungen 1 bis 4 nach Inhaltsbereichen geordneten aufgabenbezogenen Ergebnisse in Form von 90 %-Perzentilbändern.

Am Perzentilband zur Aufgabe 26 (Abbildung 5) sei zunächst exemplarisch erläutert, welche Informationen entnommen werden können (gerundete Werte):

- Die Box gibt an, dass die Hälfte aller erfassten Schulen Erfüllungsprozentsätze von 27 % bis 48 % haben.
- 20 % aller erfassten Schulen haben Erfüllungsprozentsätze von 48 % bis 65 % (obere Antenne).
- Weitere 20 % der Schulen haben Erfüllungsprozentsätze von 14 % bis 27 % (untere Antenne).

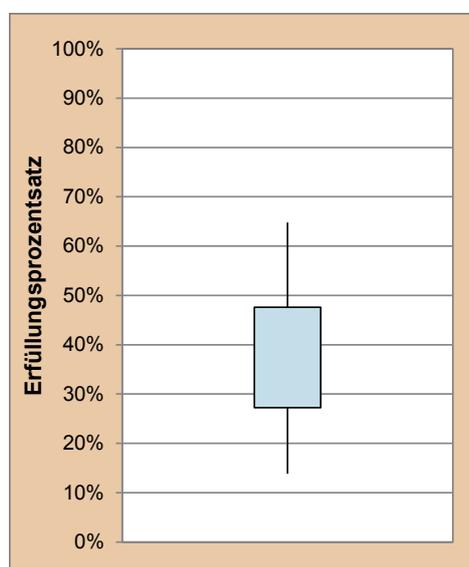


Abbildung 5: Perzentilband (90 %-Band) zur Aufgabe 26

Das Perzentilband gibt im Unterschied zur isolierten Angabe des Erfüllungsprozentsatzes auch Auskunft über die Leistungsstreuung der Landesergebnisse. Insbesondere wird für Aufgabe 26 deutlich, dass im Landesdurchschnitt die Streuung der Ergebnisse im oberen Leistungsbereich etwas größer als im unteren Leistungsbereich ist.

Im Vergleich zu den Landesmittelwerten können den Perzentilbändern noch weitere Informationen entnommen werden, wie anhand der Aufgaben 3.2 und 9.2 illustriert wird: Beide

HINWEISE ZUR WEITERARBEIT

Die vor allem auf Schulklassen bezogenen kompetenzorientierten Diagnosen sollen den Anstoß für eine fachdidaktische Diskussion und Kooperation in den Kollegien und Fachschaften vor Ort geben, die im idealen Fall die Form eines kontinuierlichen Optimierungsprozesses annehmen. Dabei ist eine einfache Form der Datenauswertung bereits der Vergleich der Erfüllungsprozentsätze mit den Landesergebnissen. Bei der Auswertung können zum Beispiel folgende Leitfragen helfen:

- Gibt es Auffälligkeiten hinsichtlich der Erfüllungsprozentsätze in bestimmten Inhaltsbereichen oder bestimmten Aufgabentypen?
- Existieren Leistungsunterschiede zwischen der eigenen Klasse und Parallelklassen oder sind Auffälligkeiten beim Vergleich mit den Landesergebnissen erkennbar?

Anschließend sollte im Rahmen der Fachschaftsarbeit über mögliche Ursachen diskutiert werden, um Anhaltspunkte für entsprechende Maßnahmen herauszuarbeiten. Dazu gehört aber auch, dass die landes- und schulspezifischen Gegeben-

Aufgaben weisen jeweils einen Erfüllungsprozentsatz von 55 % auf. Mithilfe der 90 %-Perzentilbänder ist zu erkennen, dass die Erfüllungsprozentsätze unterschiedlich stark streuen. Erreichte die Hälfte aller erfassten Schulen in Aufgabe 3.2 Erfüllungsprozentsätze von 46 % bis 65 %, so sind dies in Aufgabe 9.2 46 % bis 62 % (gerundete Werte). Ferner wird deutlich, dass in Aufgabe 9.2 die Streuung im oberen Leistungsbereich größer und die Streuung im unteren Leistungsbereich kleiner ist als in Aufgabe 3.2.

heiten (z. B. schulinterne Planung, Zusammensetzung der Schülerschaft) Berücksichtigung finden.

Im Ergebnis der gemeinsamen Reflexion können Ziele und Maßnahmen formuliert werden, wie zum Beispiel die gemeinsame Vorbereitung von Unterricht, kollegiale Hospitation oder die Erweiterung und Modifizierung der Testaufgaben zur Entwicklung einer kompetenzfördernden und lernwirksamen Unterrichtsgestaltung. Angebahnt werden kann die Entstehung solcher Lernarrangements vornehmlich durch Aufgaben mit hohen Erfüllungsprozentsätzen, die damit Anknüpfungspunkte für die Gestaltung eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts bieten.

Mit Blick auf die oben erwähnte Diskrepanz zwischen kognitivem Anspruch und der Schwierigkeit einer Aufgabe wird im Folgenden die Aufgabe 26 näher betrachtet. Ferner kann anhand dieser Aufgaben eindrücklich gezeigt werden, dass auch der Aspekt der Analyse einzelner Aufgaben zum Gegenstand der Ergebnisinterpretation gemacht werden kann.

Um zu einem treffenden Urteil in Hinblick auf den jeweiligen Leistungsstand der eigenen Klasse gelangen zu können, sollten weitere Informationen wie beispielsweise Unterrichtsgespräche oder schriftliche Leistungserhebungen hinzugezogen werden. Auch die Analyse von Schülerlösungen eignet sich, um Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern zu identifizieren.

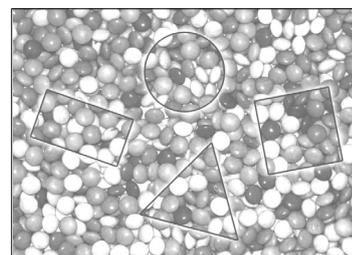
Verdeutlicht wird die Analyse einer Einzelaufgabe mittels Schülerlösungen am Beispiel der Aufgabe 26. Diese wird wie folgt eingeleitet:

Auf dem Foto siehst du sehr viele Schokolinsen. Schätze, wie viele Schokolinsen auf diesem Foto abgebildet sind. Du kannst dafür eine der abgebildeten Figuren verwenden.

Die Aufgabe 26 ist dem Inhaltsbereich „Zahlen und Größen“ zuzuordnen, da die Schülerinnen und Schüler mithilfe von Vorstellungen über Repräsentanten (den abgebildeten Figuren) eine Größe (die Anzahl der Schokolinsen auf dem Foto) schätzen müssen. Durch das Auszählen der Linsen innerhalb einer dieser Figuren entnehmen die Schülerinnen und Schüler Maßangaben aus dem Quellenmaterial und führen damit die Berechnung der Gesamtanzahl der Linsen durch. Zur Lösung dieser Aufgabe sind vielfältige mathematische Kompetenzen erforderlich:

Das Foto zeigt etwa Schokolinsen.

Beschreibe dein Vorgehen.



- Mathematisch modellieren (M1): Zwischen der gegebenen Realsituation (den Schokolinsen auf dem Foto) und den mathematischen Begriffen und Methoden (Zerlegung des Bildes mit einer geometrischen Figur) wird beständig gewechselt.
- Mathematische Darstellungen und Symbole verwenden (D1): Mit den geometrischen Objekten und der Anzahl der Linsen in einer der Figuren müssen Operationen ausgeführt werden (Bestimmen der Anzahl, wie oft eine der Figuren in das Bild passt; Multiplikation dieser Anzahl mit der Anzahl der Linsen in einer dieser Figuren).

- Mathematisch argumentieren und kommunizieren (A4): Die Schülerinnen und Schüler beschreiben ihr Vorgehen und sind somit aufgefordert, mathematisch zu kommunizieren. Ihre Überlegungen und Resultate sind strukturiert schriftlich darzulegen.

Aufgrund der Vielzahl an Schritten in der Modellierung, der Komplexität der zu modellierenden Situation und der Auswahl (verbunden mit einer zweckgerichteten Beurteilung der verschiedenen Darstellungsformen) unterschiedlicher möglicher Modelle wird die Aufgabe dem Anforderungsbereich III zugeordnet.

Schülerlösung 1

Das Foto zeigt etwa 200 Schokolinsen.
Beschreibe dein Vorgehen.

Ich habe die Rechteck Figur mit ausgezogen und auch die Linsen in der Figur gezählt und dann habe ich ungefähr geschätzt.

Anhand der ersten Schülerlösung wird festgestellt, dass die Grundidee der Flächenzerlegung auf einen unbekanntem Kontext angewendet wird, obgleich die Lösung insgesamt nicht akzeptabel ist. Das Ergebnis und der Lösungsweg lassen erkennen, dass ein geeigneter Repräsentant (das Rechteck) ausgewählt wurde. So entspricht das Ergebnis der unteren Grenze der in den Auswertungshinweisen genannten möglichen Anzahlen von Schokolinsen.

Schülerlösung 2

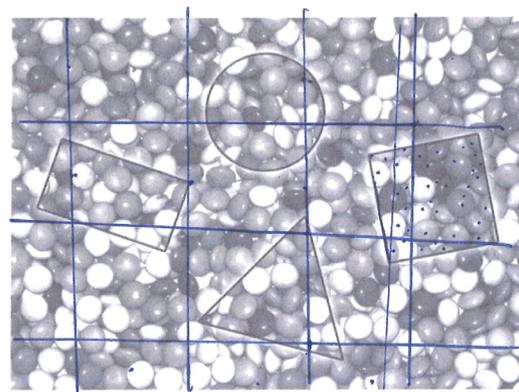
Das Foto zeigt etwa 400 bis 542,5 Schokolinsen.
Beschreibe dein Vorgehen.

Habe die das bild auf geteilt in quadrate und in einem quadrat sind 35 linsen (ausgezählt) es waren 15,5 Quadrate:
 $35 \cdot 15,5 = 542,5$ Schoko Linsen
also sind ca. 542,5 Schokolinsen im Bild

Trotz des nicht akzeptablen Ergebnisses in der Schülerlösung 2 ist hier der Lösungsweg vollständig dargelegt. Es wird deutlich, dass die Grundidee der Flächenzerlegung auf den Kontext angewendet wird, da das Bild durch geeignete Repräsentanten zerlegt wird. Anschließend wird die Anzahl der Schokolinsen in einem Viereck durch Auszählen ermittelt. Offen bleibt in der Lösungsdokumentation die Bestimmung der Anzahl der Quadrate. Die Abschätzung zur Anzahl der

In Verbindung mit den oben erläuterten Befunden wird ein weiteres Charakteristikum von VERA im Vergleich zu anderen Formen von Leistungserhebungen, wie zum Beispiel Tests oder Klassenarbeiten, deutlich, das für manche Lehrkraft eine ungewohnte Form der Auswertung erfordert: Alle Aufgaben werden dichotom ausgewertet, sodass Zwischenschritte oder Teillösungen nicht gewertet werden. Demnach kann im Vergleich zu einem differenzierten Bewertungsschema anhand der Erfüllungsprozentsätze oder Perzentialbänder nicht eruiert werden, welche Auffälligkeiten es hinsichtlich der aufgetretenen Fehler gibt. Auch aus diesem Grund ist eine Benotung von VERA nicht vorgesehen. Lohnenswert ist deshalb ein Blick auf eine Auswahl von Schülerlösungen.

Die Dokumentation des Lösungsweges ist jedoch nicht ausreichend. Die Begriffe „anschauen“, „gezählt“ und „geschätzt“ lassen einen sehr großen Interpretationsspielraum und müssten vom Lernenden konkretisiert werden. Auch werden an keiner Stelle der Beschreibung konkrete Zahlen genannt. Deshalb sollte insbesondere die Kompetenz des mathematischen Kommunizierens gefördert werden. Im Unterricht kann verstärkt Wert darauf gelegt werden, dass zu konkreten Aufgaben verschiedene Lösungswege thematisiert werden. Um isoliert Kommunikationskompetenzen zu fördern, können den Schülerinnen und Schülern bereits vorgefertigte Lösungswege dargeboten werden, die dann z. B. anhand eines Kataloges mit Dokumentationskriterien zu bewerten sind. Die Anfertigung eines solchen Kataloges kann im Rahmen der Fachschaftsarbeit erfolgen. Es ist aber auch möglich, dass unterschiedliche Dokumentationen von Lösungswegen zum Unterrichtsgegenstand gemacht und diskutiert werden.



Quadrate weicht von den realen Gegebenheiten ab und ist nicht sinnvoll. Das Abschätzen von Größen und das in einem Kontext sinnvolle Anwenden von Überschlagsrechnungen ist Teil der Modellierungskompetenz und sollte demnach gefördert werden. Ferner wird der Teilprozess des Validierens noch nicht genügend beherrscht. Im Unterricht können Abschätzungen und Überschlagsrechnungen mit ähnlichen Aufgaben (z. B. FERMI-Aufgaben) behandelt werden.

Quelle:

/1/ Beschlüsse der Kultusministerkonferenz. (2003). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. Beschluss vom 4.12.2003.

Ergänzungsblatt: Anregungen zur Schul- und Unterrichtsentwicklung 3/2016

Vergleichsarbeit Mathematik im Schuljahrgang 8 – Auswertungsbericht – Testheft 1

Schuljahr 2015/2016

Die in der Tabelle dargestellten aufgabenbezogenen Ergebnisse im Überblick beziehen sich auf die durchschnittlich erreichten Erfüllungsprozentsätze der beteiligten Schulen in Sachsen-Anhalt. Es werden folgende Abkürzungen verwendet: AFB - Anforderungsbereich | EFP - Erfüllungsprozentsatz

Nr.	Name der Aufgabe	Allgemeine mathematische Kompetenzen				Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen				AFB	EFP
		P	M	A	D	$a^2=5m^2$					
1.1	Außenthermometer				x	x				I	91 %
1.2	Außenthermometer				x	x				I	84 %
2	Zwanzig Prozent				x	x				I	56 %
3.1	Mauer aus Zahlen	x				x				I	82 %
3.2	Mauer aus Zahlen	x			x	x				II	55 %
3.3	Mauer aus Zahlen	x			x	x				II	23 %
4.1	Null Komma Acht				x	x				I	56 %
4.2	Null Komma Acht				x	x				I	43 %
5.1	Fußballtabelle	x		x		x				I	28 %
5.2	Fußballtabelle	x		x		x				II	41 %
5.3	Fußballtabelle	x		x		x				II	11 %
23	Honigbiene		x			x				I	88 %
24.1	Kopf und Körper			x	x	x				I	59 %
24.2	Kopf und Körper			x	x	x				I	36 %
26	Schokolinsen		x	x	x	x				III	37 %
28	Nashorn		x	x	x	x				I	21 %
6.1	Fahrräder			x	x				x	II	87 %
6.2	Fahrräder		x	x					x	III	45 %
7	Streichholzziehen		x	x					x	I	64 %
8.1	Bistroumfrage			x					x	I	63 %
8.2	Bistroumfrage		x	x					x	II	56 %
9.1	Hausaufgaben				x				x	I	74 %
9.2	Hausaufgaben				x				x	II	55 %
10.1	Internetauktion				x				x	I	76 %
10.2	Internetauktion		x		x				x	II	27 %
11.1	Glückssäckchen		x		x				x	II	68 %
11.2	Glückssäckchen		x		x				x	II	18 %
12	Pflaumen				x			x		I	79 %
13	Traktor				x			x		II	54 %
14	Gleichung lösen				x			x		I	73 %
15.2	Würfelturm	x			x			x		II	44 %
15.3	Würfelturm	x		x	x			x		III	15 %
16.1	Wo sind die Punkte?				x			x		I	64 %
16.2	Wo sind die Punkte?				x			x		I	65 %
17.1	Druckmaschinen		x		x			x		I	67 %
17.2	Druckmaschinen		x		x			x		I	76 %
18.1	Ungewöhnlicher Mittelwert			x				x		II	36 %
18.2	Ungewöhnlicher Mittelwert	x		x	x			x		II	19 %
15.1	Würfelturm	x			x		x			I	51 %
19	Quadrate				x		x			I	95 %
20	Würfelnetze				x		x			I	90 %
21	Eingefärbter Körper	x			x		x			II	59 %
22	Trapez ohne Symmetrie			x	x		x			II	46 %
25.1	Berechnungen am Rechteck				x		x			I	37 %
25.2	Berechnungen am Rechteck				x		x			I	59 %
27	Quadrat im Gitter	x			x		x			I	48 %

Tabelle 1: Erfüllungsprozentsätze (Landesmittelwerte) mit Einordnung der Aufgaben in das Kompetenzmodell und die Anforderungsbereiche.

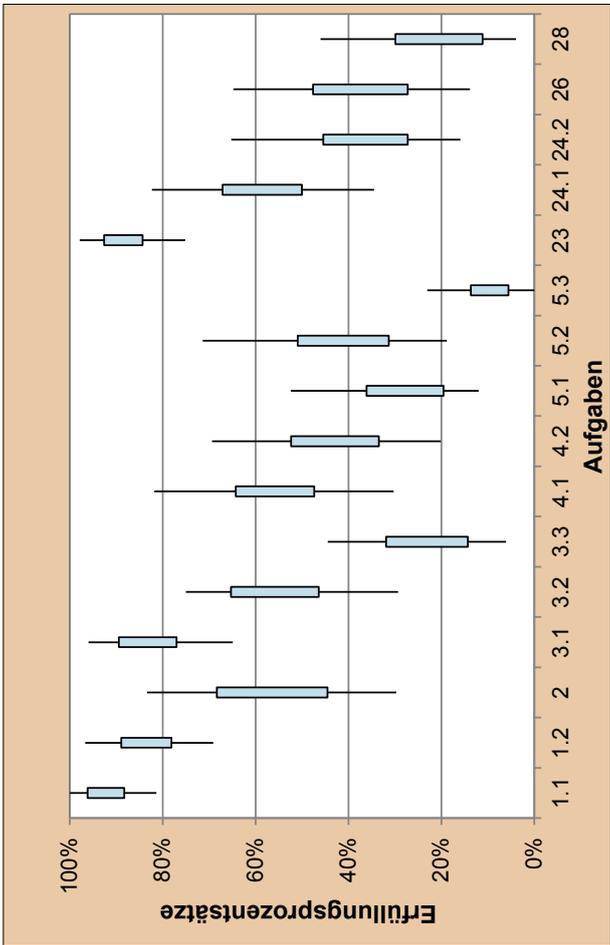


Abbildung 1: Perzentilbänder (90 %-Bänder) der Aufgaben aus dem Inhaltsbereich „Zahlen und Größen“

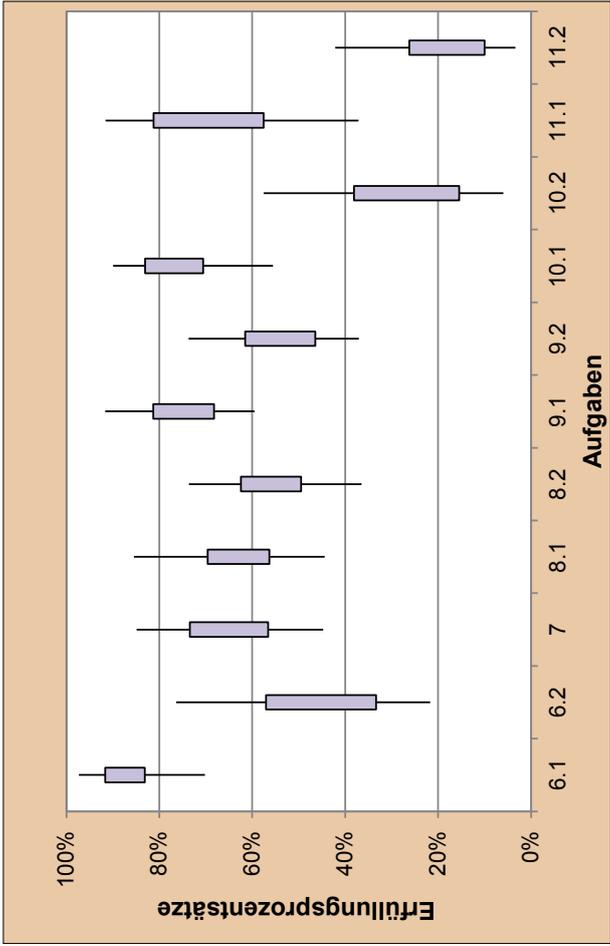


Abbildung 2: Perzentilbänder (90 %-Bänder) der Aufgaben aus dem Inhaltsbereich „Daten und Zufall“

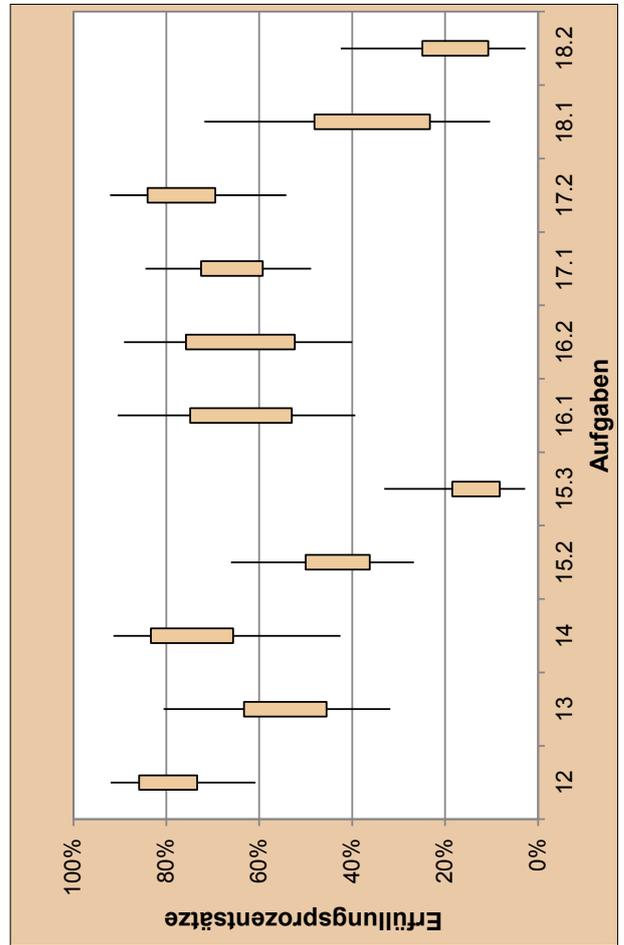


Abbildung 3: Perzentilbänder (90 %-Bänder) der Aufgaben aus dem Inhaltsbereich „Zuordnungen und Funktionen“

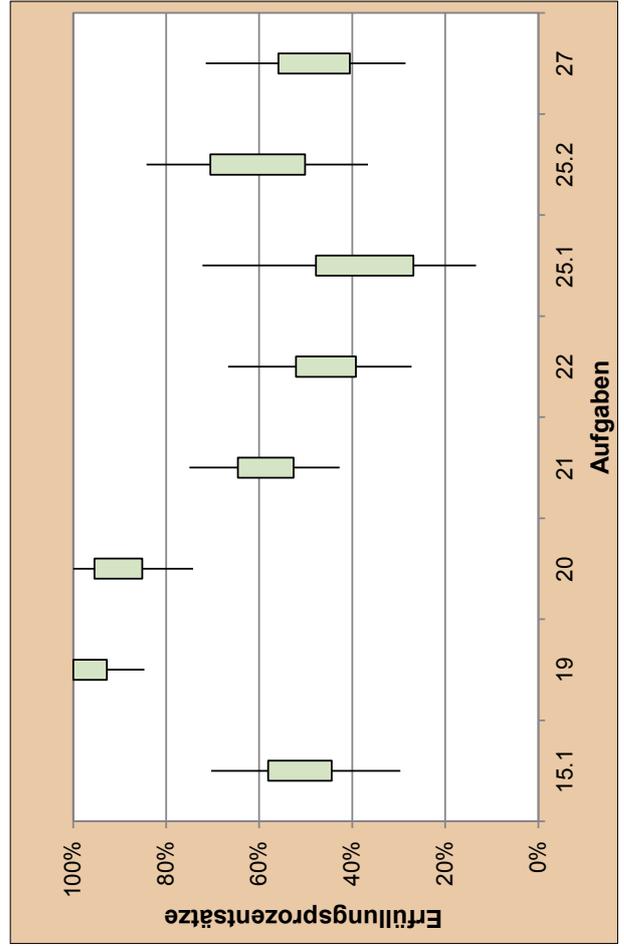


Abbildung 4: Perzentilbänder (90 %-Bänder) der Aufgaben aus dem Inhaltsbereich „Raum und Form“