



ANREGUNGEN ZUR SCHUL- UND UNTERRICHTSENTWICKLUNG 08/2018

**AUSWERTUNGSBERICHT
SCHRIFTLICHE REALSCHULABSCHLUSS-
PRÜFUNG MATHEMATIK**

Schuljahr 2017/2018

Grundschule
Sekundarschule
Gemeinschaftsschule
Gesamtschule
Gymnasium
Fachgymnasium
Förderschule
Berufsbildende Schule

ALLGEMEINES

Die Anforderungen der landeszentralen schriftlichen Realschulabschlussprüfung im Fach Mathematik orientieren sich an den durch die Kultusministerkonferenz der Länder beschlossenen bundesweit gültigen Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss /1/ und dem Fachlehrplan für die Sekundarschule /2/.

Die Prüfungsarbeit besteht aus zwei Pflichtteilen und einem Wahlpflichtteil. Im Pflichtteil 1 bearbeiten die Prüflinge ohne Taschenrechner und ohne Tafelwerk Aufgaben, die erwartbares basales Wissen und Können repräsentativ abrufen. Insgesamt können mit dem Pflichtteil 1 acht Bewertungseinheiten (BE) erreicht werden. Die Arbeitszeit beträgt 20 Minuten.

Im Pflichtteil 2 sowie in den Wahlpflichtaufgaben sind ein wissenschaftlicher Taschenrechner und ein Tafelwerk als Hilfsmittel zugelassen. Die Aufgaben im Pflichtteil 2 haben insgesamt einen Umfang von 24 BE. Im Wahlpflichtteil wählen die Prüflinge genau eine von drei Wahlpflichtaufgaben aus. Die Wahlpflichtaufgaben haben im Ganzen je einen Umfang von acht BE. Für den Pflichtteil 2 und den Wahlpflichtteil stehen 20 Minuten Einlesezeit und 160 Minuten Arbeitszeit zur Verfügung.

Der Schwerpunkt der zu erbringenden Leistungen liegt im Anforderungsbereich II. Darüber hinaus werden die Anforderungsbereiche I und III berücksichtigt.

ERGEBNISSE IM ÜBERBLICK

An den Schulen erfolgte die Erfassung der individuellen Ergebnisse der Prüflinge unter Nutzung einer elektronischen Auswertungshilfe, die auf dem Bildungsserver Sachsen-Anhalt bereitgestellt war. Die Aufnahme der schulbezogenen aggregierten Ergebnisse wurde in einem Online-Verfahren durchgeführt. Grundlage für die vorliegenden Übersichten sind die Ergebnisse von 7836 Prüflingen aus 192 Schulen.

Notenbezogene Ergebnisse

Die Tabelle 1 zeigt die Verteilung der Jahresnoten im Schuljahrgang 10 und der Noten in der schriftlichen Realschulabschlussprüfung Mathematik.

Note	1	2	3	4	5	6
Jahresnote (in %)	4,9	25,0	34,3	28,6	6,8	0,4
Prüfungsnote (in %)	5,7	21,7	24,9	28,7	15,4	3,7

Tab. 1: Jahresnoten und Prüfungsnoten im Fach Mathematik im Überblick (gerundete Angaben)

Anhand des 90 %-Perzentilbandes in Abbildung 1 ist erkennbar, dass die Hälfte der Schulmittelwerte in den Prüfungsergebnissen zwischen 3,03 und 3,62 lag. Je 20 % aller erfassten Schulen erzielten Notendurchschnitte von 2,62 bis 3,03 (untere Antenne) beziehungsweise von 3,62 bis 4,15 (obere Antenne). Jeweils 5 % der Schulen lagen unterhalb des

5. Perzentils beziehungsweise oberhalb des 95. Perzentils.

Der Landesmittelwert für die Noten der schriftlichen Realschulabschlussprüfung betrug 3,37. Damit wurde der beste Notendurchschnitt seit der Einführung des weiterentwickelten Aufgabenkonzeptes von 2012 erreicht.

Der Tabelle 1 ist zu entnehmen, dass etwas mehr als ein Viertel der Prüflinge sehr gute oder gute Prüfungsergebnisse erzielte. Knapp ein Fünftel der Prüflinge erreichte nicht mindestens ausreichende Ergebnisse in der schriftlichen Realschulabschlussprüfung Mathematik.

Der Landesmittelwert der Jahresnoten in Mathematik im Schuljahrgang 10 liegt mit 3,09 unter dem der Prüfungsnoten. Bei der Interpretation der Daten ist zu beachten, dass sich die Jahresnoten und die Prüfungsnoten auf unterschiedliche Kompetenzüberprüfungen beziehen.

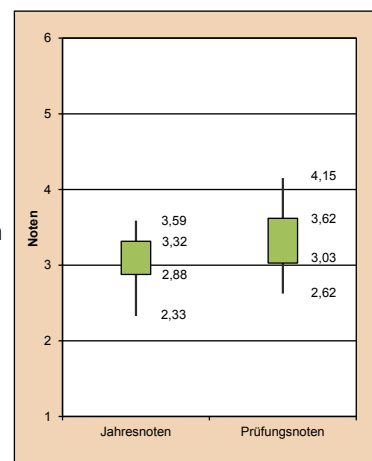


Abb. 1: Schulmittelwerte der Jahres- und Prüfungsnoten im Fach Mathematik

Aufgabenbezogene Ergebnisse

Pflichtteil 1

Die in Abbildung 2 in Klammern angegebenen durchschnittlich erreichten Erfüllungsprozentsätze (Landesmittelwerte) geben eine erste Orientierung zur Einordnung der in der eigenen Klasse oder Schule erreichten Ergebnisse. Eine Zuordnung der klassen- bzw. schulbezogenen Ergebnisse in den unteren, mittleren und oberen Leistungsbereich lassen die 90 %-Perzentilbänder zu.

Im Pflichtteil 1, der erwartbares Wissen und Können überwiegend im Anforderungsbereich I überprüft, schwanken die Landesmittelwerte zwischen 28 % und 86 %. Offenkundig ist, dass der Landesmittelwert der Aufgaben im Inhaltsbereich *Zuordnungen und Funktionen* (Aufg. 6 und 7) im Mittel niedriger ist als die Landesmittelwerte der Aufgaben in den Inhaltsbereichen *Raum und Form*, *Zahlen und Größen* bzw. *Daten und Zufall* (Aufg. 1-5 und 8-11).

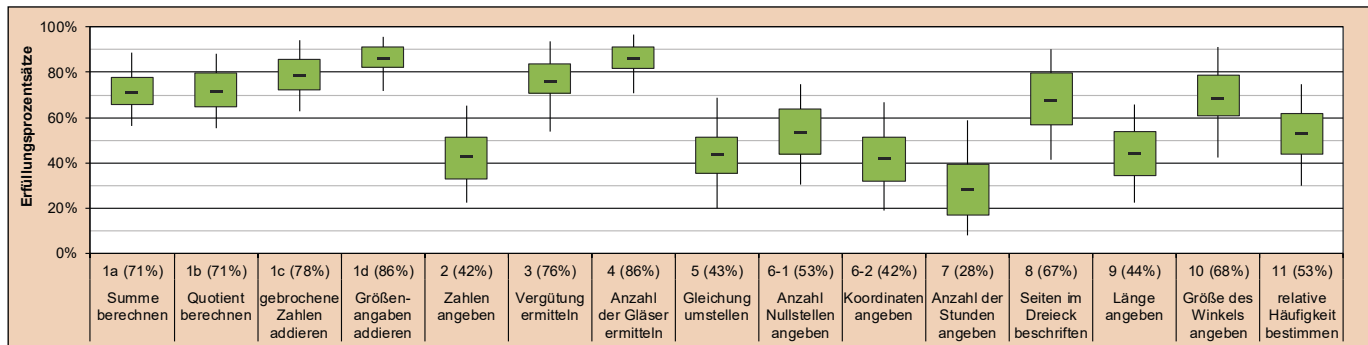


Abb. 2: 90 %-Perzentilbänder und Landesmittelwerte im Pflichtteil 1 (gerundete Werte)

Pflichtteil 2

Der Abbildung 3 sind die Ergebnisse und die Einordnung der Aufgaben in die Anforderungsbereiche (AFB) im Pflichtteil 2 zu entnehmen. Die Landesmittelwerte schwanken im Pflichtteil 2 zwischen 26 % (Aufg. 2c, AFB III: *Eigenschaften*

der zentrischen Streckung nutzen) und 75 % (Aufg. 3a, AFB I: *Prozentwert im Sachkontext angeben*). Erkennbar ist, dass auch innerhalb der Anforderungsbereiche Schwankungen in den Erfüllungsprozentsätzen (AFB I: 61 % bis 75 %, AFB II: 35 % bis 74 %, AFB III: 26 % bis 43 %) auftreten.

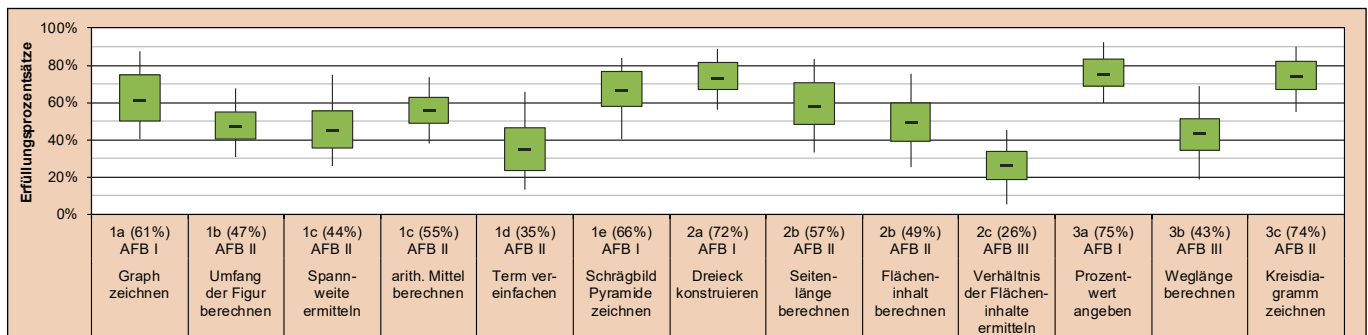


Abb. 3: 90 %-Perzentilbänder, Landesmittelwerte und Anforderungsbereiche im Pflichtteil 2 (gerundete Werte)

Wahlpflichtaufgaben

Die Abbildung 4 zeigt das Wahlverhalten der Prüflinge und die Landesmittelwerte in den Wahlpflichtaufgaben (WPA). Demnach wurde die Wahlpflichtaufgabe 1 von etwa drei Fünfteln der Prüflinge zur Bewertung ausgewählt. Es ist ferner zu erkennen, dass die Prüflinge in den Inhaltsbereichen *Zuordnungen und Funktionen* (WPA 1) und *Raum und Form* (WPA 2) deutlich bessere Ergebnisse als bei der Bearbeitung von Aufgaben aus dem Inhaltsbereich *Daten und Zufall* (WPA 3) erzielen.

Die Ergebnisse und die Einordnung der Aufgaben des Wahlpflichtteils in die Anforderungsbereiche sind in der Abbildung 5 dargestellt. Auf eine Darstellung der zugehörigen Perzentilbänder wird aufgrund der unterschiedlichen Datenlage verzichtet. Den drei komplex angelegten Aufgaben des Wahlpflichtteils ist gemeinsam, dass ihre Teilaufgaben ausschließlich in den Anforderungsbereichen II und III zu verorten sind. In allen drei Wahlpflichtaufgaben wurde die

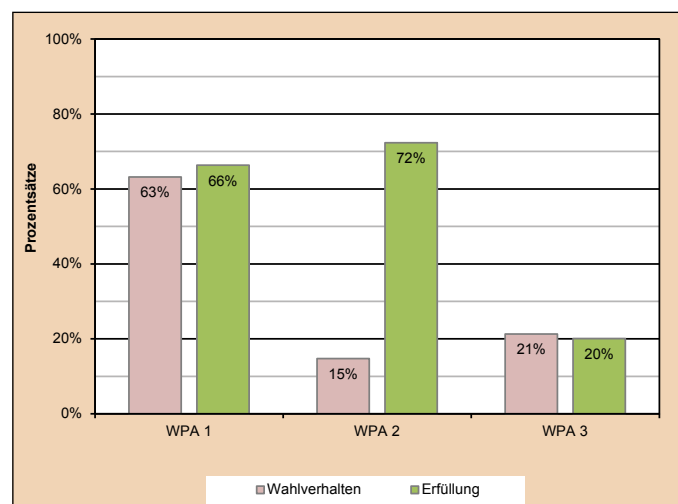


Abb. 4: Wahlverhalten und Erfüllungsprozentsätze im Wahlpflichtteil (gerundete Werte)

allgemeine mathematische Kompetenz *mathematisch Modellieren* überprüft. Dabei standen verschiedene Aspekte des mathematischen Modellierens im Fokus der Aufgaben. Um mögliche Anregungen für die weitere Arbeit im Unterricht

abzuleiten, werden im Folgenden verschiedene Teilschritte des Modellierens am Beispiel dieser drei Wahlpflichtaufgaben betrachtet.

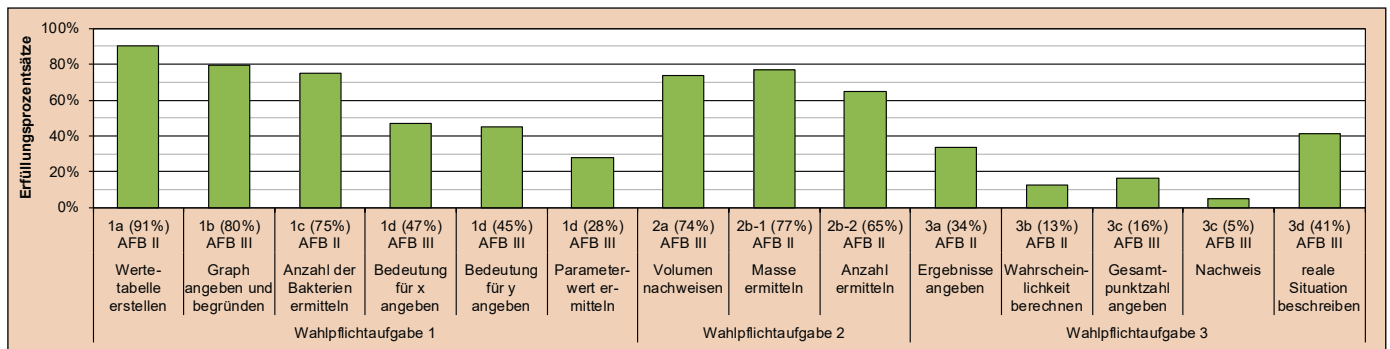


Abb. 5: 90 %-Perzentilbänder, Landesmittelwerte und Anforderungsbereiche in den Wahlpflichtaufgaben (gerundete Werte)

HINWEISE ZUR WEITERARBEIT

Vorab wird zunächst der zugrundeliegende Modellierungskreislauf in Verbindung mit den in dieser Prüfungsarbeit vorkommenden Modellierungsaufgaben erläutert.

Der Modellierungskreislauf

Grundlage für mathematisches Modellieren ist der in Abbildung 6 dargestellte Modellierungskreislauf /3/. Dabei bildet ein aus Bereichen der Naturwissenschaften, Technik (vgl. WPA 1), den Sozial- und Wirtschaftswissenschaften oder Verkehrs- und Alltagsfragen entspringendes realitätsnahes Problem ① sowohl den Ausgangspunkt als auch das Ziel des Modellierens. So ist die Teilaufgabe b) der Wahlpflichtaufgabe 2 Ausgangspunkt für eine realitätsnahe Problemstellung, deren mathematische Beschreibung auf die vorgenommene Modellierung führt. Bei der Schaffung eines Realmodells ② ist es erforderlich, wichtige von unwichtigen Informationen zu trennen sowie sinnvolle Vereinfachungen und Idealisierungen vorzunehmen (Schritt A). Aber auch Forderungen und Annahmen können getroffen werden, wie zum Beispiel in der Wahlpflichtaufgabe 1, dass

- zu gleich langen Beobachtungszeiträumen immer annähernd der gleiche Wachstumsfaktor gehört oder
- der relative Zuwachs unter der Voraussetzung, dass stets genügend Nahrung zur Verfügung steht, weitgehend konstant ist oder
- das Wachstum nicht durch andere äußere Faktoren (z. B. die Größe des Lebensraums) beschränkt ist.

Das Ergebnis ist ein in der Regel noch umgangssprachlich formuliertes Realmodell der Realität, das im zweiten Schritt (B) in ein mathematisches Modell transformiert wird, d. h., dass eine Mathematisierung stattfindet (z. B. in Form einer Gleichung, Funktion oder Figur, eines Terms oder Diagramm). Dazu wird beispielsweise das Betonelement aus der Wahlpflichtaufgabe 2 als zusammengesetzter geometrischer Körper beschrieben. Das daraus entstehende mathematische Modell ③ ist demnach maßgeblich vom gewählten Realmodell abhängig und im Allgemeinen nicht eindeutig vom vorliegenden Problem vorbestimmt. Die in

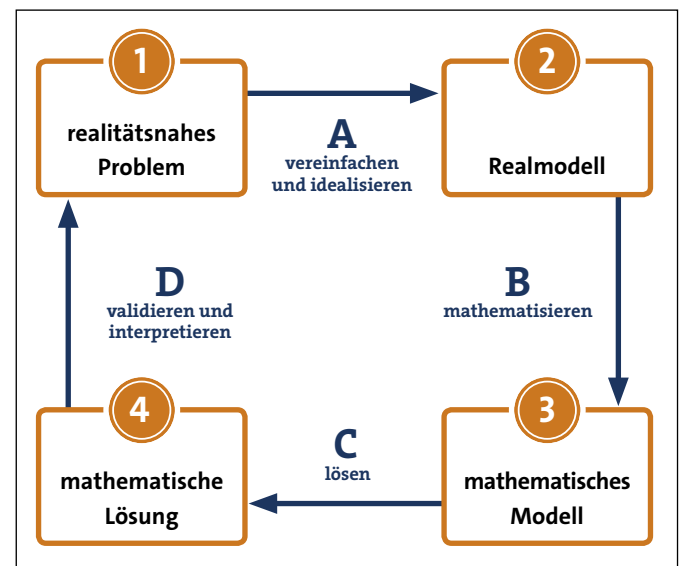


Abb. 6: Modellierungskreislauf (verändert nach /3/)

den Wahlpflichtaufgaben vorkommenden Probleme liegen bereits als mathematisches Modell vor und sind damit bereits vorstrukturiert.

Im darauffolgenden innermathematischen Schritt (C) wird mit und in dem mathematischen Modell gearbeitet und eine mathematische Lösung ④ erarbeitet. Ist eine Lösung des Problems nicht möglich, so ist es denkbar, im Modellierungskreislauf einige Schritte zurückzugehen, um zum Beispiel eine weitere Vereinfachung des Realmodells vorzunehmen.

Im letzten Schritt des Modellierungskreislaufes (D) wird die mathematische Lösung interpretiert und das Modell validiert, d. h., die im Modell gewonnenen Resultate werden auf die Realsituation bezogen und die Ergebnisse werden auf Angemessenheit überprüft. Es geht beim Validieren nicht um die Frage, ob die Modellierung „richtig“ oder „falsch“ war, sondern ob das Modell zur Lösung des Problems zweckmäßig ist. Ist das abgeleitete Modell für die ursprüngliche Problemstellung nicht adäquat, so werden die dargestellten Schritte des Modellierens häufig mehrfach durchlaufen, wobei z. B. Annahmen oder das mathematische Modell angepasst werden.

Eine Teilkompetenz des letzten Schrittes im Modellierungskreislauf wird in der Teilaufgabe d) der Wahlpflichtaufgabe 3 überprüft, da das zugrundeliegende Realmodell validiert werden soll. So stellt die Annahme, dass die Wahrscheinlichkeit für das Treffen einer jeden Öffnung gleich ist, eine Idealisierung dar. Ein geübter Spieler wird bestimmte Öffnungen mit einer größeren Wahrscheinlichkeit treffen, als ein ungeübter.

Modellierungsaufgaben in Prüfungssituationen

Die zahlreichen voneinander abhängigen Schritte im Modellierungskreislauf zeigen auch, dass im Kontext von Prüfungssituationen in der Regel nur einzelne Aspekte des mathematischen Modellierens überprüft werden können, um zum Beispiel den Zugang zu den Aufgaben zu ermöglichen. Insofern beginnen die in dieser Prüfungsarbeit vorkommenden Wahlpflichtaufgaben im Modellierungskreislauf beim mathematischen Modell 3 und überprüfen die dargelegten Schritte von C nach D beziehungsweise ausschließlich den Schritt D (WPA 3d). Eine Veränderung des mathematischen Modells oder des Realmodells ist – im Unterschied zu Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht – in dieser Prüfungsarbeit nicht vorgesehen.

Modellierung im Mathematikunterricht

Zweifelsohne müssen Modellierungsaufgaben integraler Bestandteil des Mathematikunterrichts sein, denn sie bieten auch die Möglichkeit aufzuzeigen, dass es nicht „die“ eine Lösung für ein mathematisch gestelltes Problem gibt. Allerdings brauchen echte Modellierungsaufgaben Übung und Zeit. Auch werden echte Anwendungskontexte schnell komplex /4/. Deshalb ist es förderlich, in verschiedenen Sachzusammenhängen isoliert Teilkompetenzen gezielt zu fördern und an unterschiedlichen Stellen des Modellierungskreislaufes anzusetzen. Ausgehend von den genannten Merkmalen von Modellierungsaufgaben in Prüfungssituationen lassen sich auch Gestaltungskriterien beim Anfertigen von Leistungserhebungen im Mathematikunterricht (z. B. Klassenarbeiten) ableiten.

Modellierungsaufgaben lassen sich aus vorhandenen Aufgaben konstruieren, indem zum Beispiel

- eine außermathematische Situation, aber nicht das zugrundeliegende mathematische Modell angegeben wird oder
- Informationen weggelassen werden oder überflüssige Informationen vorkommen.

Impressum

Herausgeber: Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (LISA)

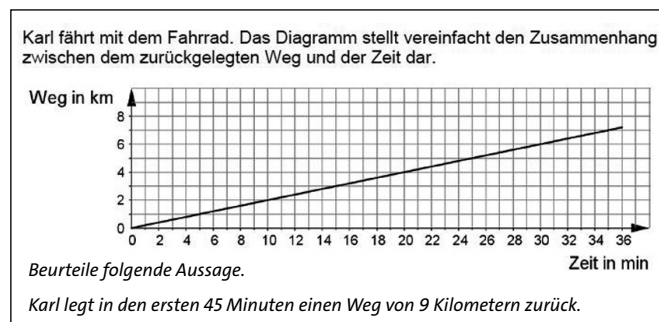
Autor: Thomas Viehweg

© 1 1 Sie dürfen das Material weiterverbreiten, bearbeiten, verändern und erweitern. Sie müssen den Urheber nennen und kennzeichnen, welche Änderungen sie vorgenommen haben. Sie müssen das Material und Veränderungen unter den gleichen Lizenzbedingungen weitergeben. Die Rechte für Fotos, Abbildungen und Zitate für Quellen Dritter bleiben bei den jeweiligen Rechteinhabern.

Alle bisher erschienenen Informationsblätter finden Sie auch auf dem Bildungsserver Sachsen-Anhalt unter: www.bildung-lsa.de/lisa-kurz-texte

Mathematisches Modellieren als Entwicklungsaufgabe

Ausgewählte Schwerpunkte der Entwicklung von Teilkompetenzen des mathematischen Modellierens in den einzelnen Schuljahrgängen werden im Fachlehrplan im Längsschnitt dargestellt (vgl. /2/). Die Darstellungen sind Orientierungen für eine kumulative Entwicklung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen. Auch im Kontext der Zentralen Klassenarbeit im Schuljahrgang 6 kommen Modellierungsaufgaben vor, die das Potential zur Weiterarbeit im Mathematikunterricht haben. So bietet die in der Zentralen Klassenarbeit Mathematik 2018 vorkommende Aufgabe 4 die Möglichkeit, das Modellieren zum Unterrichtsgegenstand zu machen. Die Aufgabe veranlasst, die gewählte Modellierung zu hinterfragen beziehungsweise eine Modellierung für die Zeit nach der 36. Minute vorzunehmen.



Letztendlich regt diese Aufgabe ferner dazu an, die eigene Lösungserwartung zu hinterfragen. Im Fokus der angelegenen Aufgabe steht die Kompetenz der Beurteilung in Abhängigkeit der gewählten Formulierung. Insofern ist jede Beurteilung, bei der sinnvolle Annahmen zugrunde gelegt werden und die Lösung in Bezug auf den Realkontext korrekt interpretiert wird, richtig.

Fortbildungsangebote zur Unterstützung nutzen

Zur Unterstützung der Weiterarbeit werden auch im Schuljahr 2018/2019 vom LISA Fortbildungen zur Aufgabenkultur und zum Erstellen von kompetenzorientierten Aufgaben angeboten. Sie sind über den Fortbildungskatalog auf dem Landesbildungsserver unter den Titeln zu finden:

- „Aufgabenkultur – Lernen in heterogenen Gruppen Teil 1: Wie gestaltet man eine Klassenarbeit“,
- „Zentrale Leistungserhebungen im Fach Mathematik und Erstellen kompetenzorientierter Aufgaben, Modul 1: Auswertung der schriftlichen Abschlussprüfung 2018“,
- „Festigung der mathematischen Kompetenzen im Fach Mathematik Teil 1: Prüfungsvorbereitung“.

Quellen:

- /1/ Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.) (2003): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. Beschluss vom 4.12.2003.
- /2/ Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt (Hrsg.) (2012): Fachlehrplan Sekundarschule Mathematik. Magdeburg.
- /3/ Maaß, K. (2004): Mathematisches Modellieren im Unterricht – Ergebnisse einer empirischen Studie. Hildesheim.
- /4/ Greefrath, G.; Schukajlow, S. (Hrsg.) (2018): Wie modellieren gelingt. In: Mathematik lehren. Heft 207, S. 2