Ablenkung von Elektronen

1. Elektrisches Feld

In einer Elektronenstrahlröhre, die in Oszilloskopen Verwendung findet, werden Elektronen auf eine Geschwindigkeit v_0 beschleunigt. Sie treten senkrecht zum elektrischen Feld genau in der Mitte der Ablenkplatten ein. Der Leuchtschirm befindet sich s = 250 mm hinter den Ablenkplatten Bild 1).

Daten:

$v_0 = 6{,}0 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
$\ell = 40$ mm
$d = 48$ mm
$U_K = 240$ V

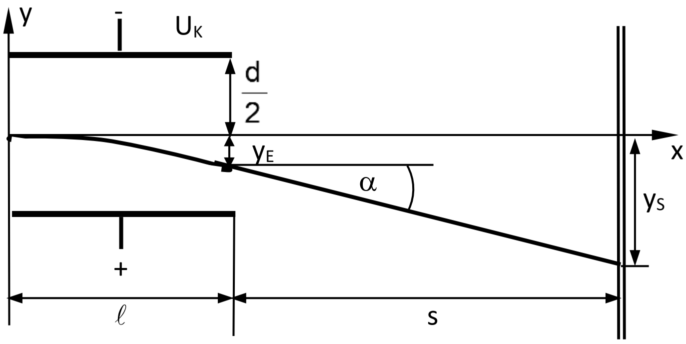


Bild 1

Zeigen Sie, dass für die Ablenkung im Kondensator gilt: $y = -\dfrac{e \cdot U_K}{2d \cdot v_0^2 \cdot m_e} x^2$

Berechnen Sie die Strecke y_E, um die der Elektronenstrahl zur Horizontalen abgelenkt wird, und den Austrittswinkel α.

(Ergebnis zur Kontrolle: y_E = -19,5 mm, α = - 44,3°)

2. Magnetisches Feld

In einem konkreten Fall werden Elektronen im elektrischen Feld zwischen Katode und Anode auf die Geschwindigkeit $v_0 = 6{,}0 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ beschleunigt. Sie treten anschließend genau senkrecht in das Magnetfeld der Breite b = 40 mm ein (Bild 2).

Bei einer Elektronenstrahlröhre eines Fernsehgerätes erfolgt die Ablenkung des Elektronenstrahls in einem eng begrenzten homogenen Magnetfeld der magnetischen Flussdichte B.

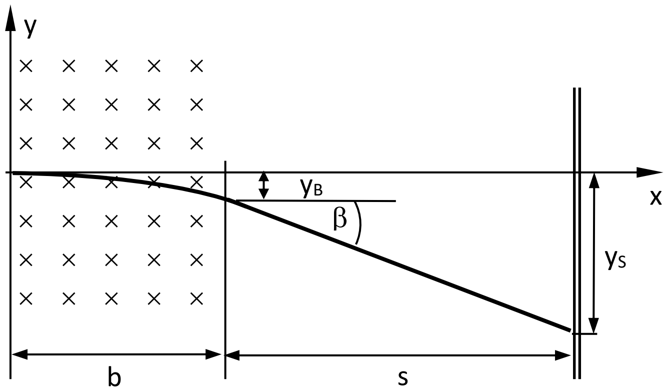


Bild 2

Berechnen Sie die Flussdichte B, die notwendig ist, damit der Elektronenstrahl mit der Geschwindigkeit v_0 um die Strecke $y_B = -19{,}5$ mm abgelenkt wird.

Bestimmen Sie den Winkel β zur Horizontalen, unter dem der Elektronenstrahl das Magnetfeld verlässt.

(Ergebnis zur Kontrolle: β = - 51,9°)

3. Vergleich

Diskutieren Sie für die Bedingung $y_E = y_B$ das Ablenkvermögen durch die elektrischen bzw. magnetischen Felder in Elektronenstrahlröhren unter Einbeziehung der Ergebnisse der Aufgaben 1 und 2 bezüglich der Größe der Bildschirme und der Röhrenlänge.

Tipps und Hinweise

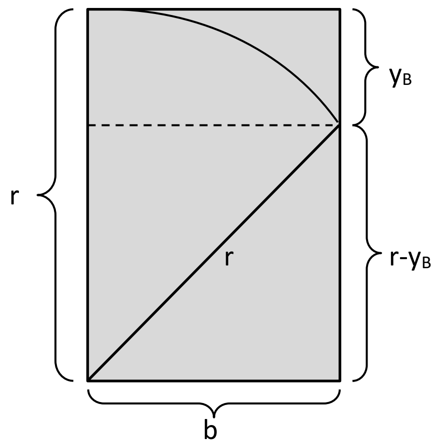
zu 1:

Betrachten Sie die Bewegung der Elektronen als waagerechten Wurf und passen Sie die Beschleunigung (als Kraftwirkung des Feldes auf Probekörper) entsprechend an.

Nutzen Sie zur Berechnung des Winkels die Überlegung, dass die Elektronen das Feld tangential zur Parabel verlassen.

zu 2:

Nutzen Sie für die Berechnung des Radius der Kreisbahn der Elektronen im Magnetfeld nebenstehende Skizze.



zu 3:

Vergleichen Sie die jeweils notwendigen Röhrenlängen für eine analoge Ablenkungsstrecke y_S.

Lösungen

zu 1:

Es gilt für die Wurfparabel des waagerechten Wurfs: $y=-\frac{a}{2v_0^2}x^2$ (1) und $F_a = F_{el}$

$$m_e \cdot a = e \cdot E$$

$$\Leftrightarrow \quad m_e \cdot a = e \cdot \frac{U_K}{d} \qquad a=\frac{e \cdot U_K}{m_e \cdot d} \quad (2)$$

Mit (2) in (1) folgt: $y=-\frac{e \cdot U_K}{2\,d \cdot v_0^2 \cdot m_e}x^2$

Berechnung von y_E:

$$y_E=-\frac{1{,}602177 \cdot 10^{-19}\,As \cdot 240\,V\,s^2}{2 \cdot 0{,}048\,m \cdot 36 \cdot 10^{12}\,m^2 \cdot 9{,}109 \cdot 10^{-31}\,kg}\;0{,}04^2\,m^2$$

Einheitenprobe: $1\frac{As \cdot V \quad s^2 \cdot m^2}{m \cdot m^2 \cdot kg} = 1\frac{Nm \cdot s^2}{kg \cdot m} = 1\frac{kg \cdot m^2 \cdot s^2}{kg \cdot m \cdot s^2} = 1m$

$$y_E = -19{,}5\text{ mm}$$

Berechnung von α_E:

$$\tan\alpha = y'(\ell)$$

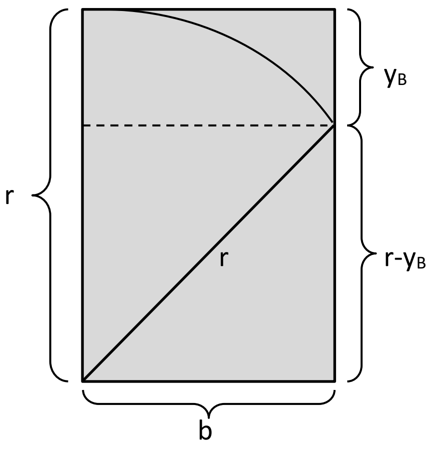
$$\tan\alpha=-\frac{e \cdot U_K}{d \cdot v_0^2 \cdot m_e}\ell$$

$$\tan\alpha=-\frac{1{,}602177 \cdot 10^{-19}\,As \cdot 240\,V\,s^2}{0{,}048\,m \cdot 36 \cdot 10^{12}\,m^2 \cdot 9{,}109 \cdot 10^{-31}\,kg}\;0{,}04\,m$$

$$\alpha = -44{,}3\,°$$

zu 2:

<u>Berechnung des Bahnradius r:</u>



$r^2 = (r - y_B)^2 + b^2 \quad (1)$
$r^2 = r^2 - 2\, r\, y_B + y_B^2 + b^2$

$$r = \frac{y_B^2 + b^2}{2\, y_B}$$

$$r = \frac{(-19{,}5\,\mathrm{mm})^2 + (40\,\mathrm{mm})^2}{2 \cdot 19{,}5\,\mathrm{mm}}$$

$\underline{r = 50{,}8\ \mathrm{mm}}$

<u>Berechnung der Flussdichte B:</u>

$$\underline{F_{Rad} = F_L}$$

m_e

$$B = \frac{\quad}{r \cdot e}$$

$$B = \frac{9{,}109 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot 6 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m}}{0{,}0508\,\mathrm{m} \cdot 1{,}602177 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{As}^2}$$

$$B = 0{,}672\ \mathrm{mT}$$

<u>Berechnung des Austrittswinkels β:</u>

aus (1) folgt:

$$- \qquad y_B = r - \sqrt{r^2 - b^2}$$

$$\tan\beta = y_B'(b)$$

$$\tan\beta = y_B'(b) = \frac{-b}{\sqrt{r^2 - b^2}}$$

$$\tan\beta = y_B'(b) = \frac{-40\,\mathrm{mm}}{\sqrt{(50{,}8\,\mathrm{mm})^2 - (40\,\mathrm{mm})^2}}$$

$$\beta = -51{,}9^\circ$$

zu 6.3:

$|\alpha| < |\beta|$ bei $y_E = y_B$, d. h. in magnetischen Feldern ist unter diesen Bedingungen der Austrittswinkel größer. Daraus folgt:

- Bei festem Abstand Feld-Bildschirm wird bei magnetischer Ablenkung y_S größer und damit kann der Bildschirm größer gewählt werden.
- Bei fester Bildschirmgröße kann eine Röhre mit magnetischer Ablenkung kürzer sein.